Praktikum MATLAB®/Simulink® I

Prof. Dr.-Ing. U. Konigorski
Hausaufgaben

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

REGELUNGSTECHNIK UND MECHATRONIK rtm

Stand: 2. Mai 2017

Praktikum MATLAB®/Simulink® I

Prof. Dr.-Ing. U. Konigorski

Hausaufgaben

Technische Universität Darmstadt
Institut für Automatisierungstechnik und Mechatronik
Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. U. Konigorski

Landgraf-Georg-Straße 4
64283 Darmstadt
Telefon 06151/16-25200
www.rtm.tu-darmstadt.de

Inhaltsverzeichnis

Hausaufgaben Versuch 1 1

Hausaufgaben Versuch 2 3

Hausaufgaben Versuch 3 5
3.1 Feder-Masse-Dämpfer-System 5
3.2 Gleichstrommotor 10

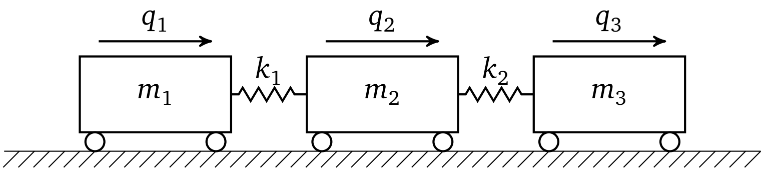
Hausaufgaben Versuch 4 11
4.1 Analyse des Systemverhaltens der Strecke 11
4.2 Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren 11

Hausaufgaben Versuch 5 13
5.1 Kurzeinführung in MATLAB/Simulink 13
5.2 Regelung des Pendelschraubers in Simulink 14

Hausaufgaben Versuch 6 17
6.1 Das SISO-Tool in MATLAB 17
6.2 Analyse des Pendelschraubers mit Hilfe der WOK 18
6.3 Analyse von Parameteränderungen mit Hilfe der WOK 18

Hausaufgaben Versuch 1

Gegeben sei folgendes Modell eines Zuges:



Für die Massen und Steifigkeiten gilt:

$$k_1 = 600\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}},\ k_2 = 800\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}},\ m_1 = 2000\,\mathrm{kg},\ m_2 = 2000\,\mathrm{kg},\ m_3 = 5000\,\mathrm{kg}$$

1. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems auf.

2. Schreiben Sie anschließend die Bewegungsgleichungen in Matrixform:

$$\mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

3. Setzen Sie den Lösungsansatz $\mathbf{q}(t) = \hat{\mathbf{q}} \cdot \mathrm{e}^{\alpha t}$ in die Bewegungs-DGL ein und bringen Sie diese damit in die Form des allgemeinen Eigenwertproblems:

   $$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda \mathbf{B}\mathbf{x}$$

   Finden Sie eine geeignete Substitution für α.

4. Leiten Sie aus dem allgemeinen Eigenwertproblem das spezielle Eigenwertproblem her, welches die Form $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$ hat.

Hausaufgaben Versuch 2

1. a) Schreiben Sie eine Funktion `[s] = Summe(x)`, die die Elemente eines beliebigen Vektors $\mathbf{x}$ mit Hilfe einer Schleife addiert.

   b) Schreiben Sie eine weitere Funktion `[p] = Fakultaet(n)`, die mit Hilfe einer Schleife das Produkt der Zahlen $1, \ldots, n$ berechnet.

2. Schreiben Sie eine Funktion, die den geometrischen und arithmetrischen Mittelwert von beliebig langen Vektoren bildet.

   Der Funktionenkopf soll folgendermaßen aussehen:

   ```
   function [arithm, geom] = Berechnung_Mittelwerte(x)
   ```

   Hinweis: Die Mittelwerte werden nach folgender Vorschrift berechnet:

   Geometrischer Mittelwert: $x_{\text{geo}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$

   Arithmetrischer Mittelwert: $x_{\text{ari}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

   Verwenden Sie hierfür **nicht** die Befehle `prod()` und `mean()`. Sie dürfen Ihre Funktionen aus der obigen Aufgabe verwenden.

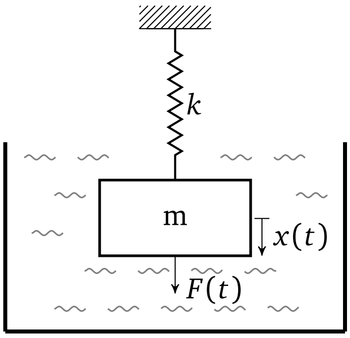
Geben Sie hier Ihren Code an:

Hausaufgaben Versuch 3

3.1 Feder-Masse-Dämpfer-System

Gegeben ist ein Federpendel, dessen Masse ($m = 4\,\mathrm{kg}$) sich in einer viskosen Flüssigkeit befindet. Angeregt wird das System (siehe Abbildung) durch die Kraft F:

$$F(t) = \hat{F}\cos(\omega t)$$



mit $\hat{F} = 2\,\mathrm{N}$ und $\omega = 0{,}5\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. Beachten Sie, dass die Auslenkung $x(t)$ um die stationäre Ruhelage betrachtet wird und daher die Gewichtskraft nicht in die Gleichung mit eingeht. Die durch die Flüssigkeit erzeugte Reibung kann als viskose (geschwindigkeitsproportionale) Dämpfung angenommen werden. Für die Dämpfungskonstante gilt $d = 3\,\mathrm{N/(m/s)}$ und für die Federkonstante $k = 1\,\mathrm{N/m}$. Die Anfangsauslenkung $x(t = 0)$ sowie die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(t = 0)$ sind gleich Null.
Hinweis: Führen Sie die Rechnungen mit den Variablennamen durch und setzen Sie die Zahlenwerte wo verlangt erst am Ende ein.

Herleitung der DGL

1. Leiten Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für das dynamische System her. Um was für eine DGL handelt es sich?

Vorbereitung zur analytischen Lösung

2. Bestimmen Sie $X(s)$ im Laplace-Bereich und die Lösung mit Zahlenwerten.

$$\mathfrak{L}(\cos \omega t) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

Vorbereitung zur numerischen Lösung

3. Überführen Sie die hergeleitete Differentialgleichung in ein DGL-System erster Ordnung.

4. Zur Erzeugung des DGL-Systems erster Ordnung schreiben Sie die Funktion:

   ```
   function dx = DGL_System_Aufgabe1(t, x)
   ```

   Hinweis: Arbeiten Sie mit den Variablennamen. Die entsprechenden Zahlenwerte müssen innerhalb der Funktion bekannt sein.

Geben sie hier den Code an, der das DGL-System erzeugt:

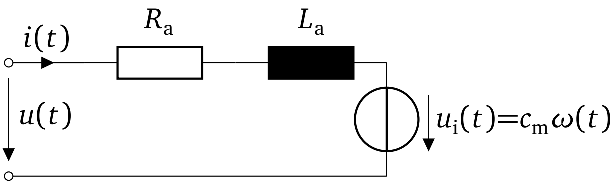
Vorbereitung zur diskreten Lösung

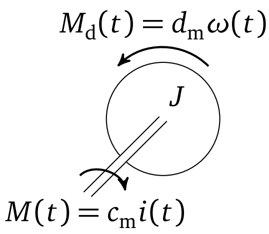
5. Stellen Sie, ausgehend von der obigen Differentialgleichung, die Differenzengleichung in rekursiver Form auf (Ausgangsgröße $x(kT_0)$ in Abhängigkeit von der Eingangsgröße $F(kT_0)$ und von den vergangenen Werten $x((k-1)T_0)$ und $x((k-2)T_0)$).

   Hinweis: Approximieren Sie zunächst die Ableitungen $\dot{x}(t)$ und $\ddot{x}(t)$ in Differenzenform.

3.2 Gleichstrommotor

Gegeben ist ein Gleichstrommotor mit einer Schwungscheibe als Last. Das System kann durch folgendes Ersatzschaltbild dargestellt werden:





Die Parameterwerte sind $J = 10{,}5\,\mathrm{kg\,m^2}$, $L_a = 100\,\mathrm{mH}$, $R_a = 100\,\Omega$, $c_m = 0{,}5\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{rad}}$, $d_m = 0{,}5\,\mathrm{Nm \cdot s/rad}$.

Das dynamische Verhalten des Systems lässt sich durch folgendes Differentialgleichungssystem erster Ordnung beschreiben.

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}\omega(t)\\ i(t)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}-\frac{d_m}{J} & \frac{c_m}{J}\\ -\frac{c_m}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\omega(t)\\ i(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{L_a}\end{bmatrix}\cdot u(t)\\
&\Downarrow\\
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{b}\cdot u(t)
\end{aligned}$$

Es wird folgende elektrische Spannung angelegt:

$$u(t) = \begin{cases} 10\,\mathrm{V} & 0 \leq t \leq t_0 \\ 20\,\mathrm{V} & t_0 < t \leq t_1 \\ 0\,\mathrm{V} & t > t_1 \end{cases}$$

1. Das System befindet sich zum Zeitpunkt $t = t_0$ im stationären Zustand. Berechnen sich die Werte $i(t)$ und $\omega(t)$ im Zeitpunkt t_0.

Hausaufgaben Versuch 4

4.1 Analyse des Systemverhaltens der Strecke

1. Ist das System Ventilator stabil?

2. Berechnen Sie die stationäre Verstärkung k_{stat} aus der Übertragungsfunktion des Ventilators.

   $k_{\text{stat}} =$

3. Finden Sie den Befehl zum Zeichnen der Impulsantwort.

4. Finden Sie den Befehl zum Zeichnen der Ortskurve.

5. Finden Sie den Befehl zum Zeichen der Reaktion einer Strecke auf ein beliebiges Eingangssignal.

4.2 Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren

Es soll ein Regler mit einer maximalen Überschwingweite von $\Delta h = 0{,}3$ erzeugt werden.

1. Bestimmen Sie zunächst die nötige Dämpfung d.

   $d =$

2. Bestimmen Sie die dafür notwendige Phasenreserve φ_{R}.

   $\varphi_{\text{R}} =$

Hausaufgaben Versuch 5

5.1 Kurzeinführung in MATLAB/Simulink

1. Der Plot in Abbildung 5.1 enthält die Systemantwort auf einen Einheitssprung bei $t = 1\,\mathrm{s}$. Um welchen LZI-Systemtyp handelt es sich?

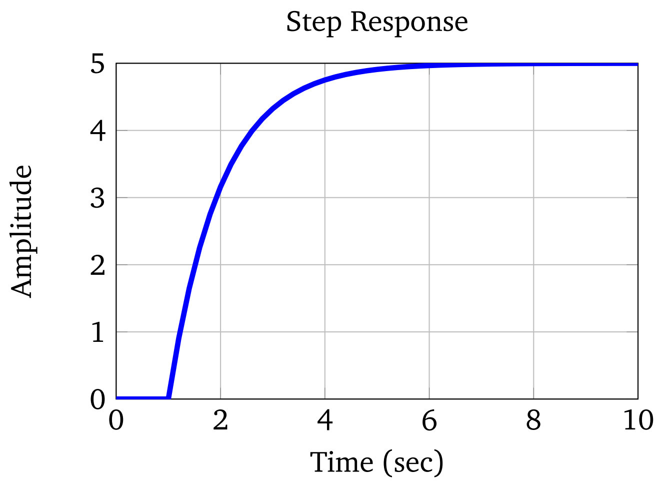


Abbildung 5.1: Sprungantwort

2. Wie kann der Verlauf aus Abbildung 5.1 in Simulink realisiert werden? Zeichnen Sie dazu das Blockschaltbild.

5.2 Regelung des Pendelschraubers in Simulink

1. Geben Sie fünf mögliche Formen der Übertragungsfunktion eines idealen PID-Reglers mit Bezeichung und als Formel an.

2. Geben Sie eine kurze Beschreibung für die Umrechnung der Koeffizientenform in die anderen Formen sowie für die Umrechnung der Pol-Nullstellen-Form in die Koeffizientenform an.

3. Welche Art von Solver ist zur Simulation des Pendelschraubers geeignet? Rekapitulieren Sie Versuch 3 und nennen sie die Ursache.

4. Stellen Sie die Übertragungsfunktion eines *realen* PID-Reglers in Koeffizientenform auf. Überführen Sie diesen nun in eine Parallelstruktur und berechnen Sie die einzelnen Verstärkungsfaktoren (K_P, K_I, K_D).

Hausaufgaben Versuch 6

6.1 Das SISO-Tool in MATLAB

Gegeben sei das System

$$G_S(s) = \frac{1}{s^3 + s^2} \; .$$

Dieses System soll mit Hilfe der WOK stabilisiert und mit höchstmöglicher Schnelligkeit geregelt werden.

1. Skizzieren Sie die WOK des offenen Regelkreises mit einem P-Regler $G_R(s) = k$ (ohne Rechnerunterstützung). Beschränken Sie sich dabei auf die im Skript, Abschnitt 6.1.2 genannten Regeln, und geben Sie die benutzten Regeln an.

2. Ist die Strecke $G_S(s)$ BIBO-stabil? Warum?

3. Für welche Verstärkung k eines P-Reglers ist der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil?

6.2 Analyse des Pendelschraubers mit Hilfe der WOK

Das Modell des Pendelschraubers ist nichtlinear. Wir betrachten an diesen Stellen die durch Linearisierung um den Arbeitspunkt $\alpha_s = 0°$ entstandene linearisierte Übertragungsfunktion $G(s)$

$$G(s) = \frac{2{,}24 \cdot 10^{-5}}{1{,}72 \cdot 10^{-9} s^4 + 5{,}33 \cdot 10^{-5} s^3 + 1{,}11 \cdot 10^{-4} s^2 + 3{,}533 \cdot 10^{-5} s} \,.$$

1. Ist dieses System stabil? Begründung Sie ihre Antwort.

6.3 Analyse von Parameteränderungen mit Hilfe der WOK

1. Stellen Sie die Gesamtübertragungsfunktion des Pendelschraubers auf. Verwenden Sie die im Skript unter Abschnitt 6.3.2 angegebenen Approximationen. Setzen Sie **noch keine** Werte ein.

2. Stellen Sie die Übertragungsfunktion der offenen Regelstrecke auf. Verwenden Sie als Regler

$$G_{\mathrm{R}}(s) = G_{\mathrm{Ventilator}}(s)^{-1} \cdot \frac{c_{\mathrm{M}}}{s}.$$

3. Formen Sie die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises so um, dass sie in der Form $N_{\mathrm{o}}(s) = -k' \cdot Z_{\mathrm{o}}$ vorliegt, und α_{s} den zu variierenden Verstärkungsparameter k' darstellt.

   Achtung: Verwechseln Sie nicht die Verstärkung k' (die in den anderen Beispielen als k bezeichnet wurde) mit der Konstanten k aus der Modellbildung (Gleichung (A.17) im Skript).